

Grundbegriffe (1)

Äquivalenzklasse

Unter einer Äquivalenzklasse versteht man eine Klasse von Objekten, die man hinsichtlich bestimmter Merkmalsausprägungen als gleich (äquivalent) betrachtet. (z.B. Täter von Raubdelikten)

Die Bildung von Äquivalenzklassen ist keine statistische sondern eine inhaltliche Frage. Es hängt vom Untersuchungsgegenstand ab, inwiefern gröbere oder feinere Unterscheidungen der entsprechenden Merkmalsausprägungen sinnvoll sind. [soll z.B. einfacher und qualifizierter Diebstahl gesondert betrachtet oder zu Eigentumsdelikten zusammengefasst werden?]

Messen

Unter Messen soll die Zuordnung von Zahlen zu Merkmalsausprägungen in dem Sinne verstanden werden, dass die Beziehungen, die zwischen den Zahlen bestehen Beziehungen wiedergeben, die zwischen den Objekten in Bezug auf das erfasste Merkmal bestehen.

Grundbegriffe (2)

Skala

Eine Skala ist ein erschöpfendes System einander ausschließender Äquivalenzklassen.

- ➔ jedes Element kann einer Klasse zugeordnet werden.
- ➔ ein Element kann nicht gleichzeitig mehreren Klassen angehören.

Skalen werden entsprechend der Merkmalerfassung unterschieden in:

- ➔ kontinuierlich
- ➔ diskret
 - ➔ künstlich diskret
[ein von ‚Natur‘* aus kontinuierliches Merkmal wird diskret erfasst]
 - ➔ natürlich diskret
[ein von ‚Natur‘* aus diskretes Merkmal wird diskret erfasst]
- ➔ kategorial

* Wobei <von ‚Natur‘ aus> davon abhängt, was mit den Skalenwerten angegeben werden soll.

Grundbegriffe (3)

Skalenniveaus

Gefordert wird, dass zwischen den verschiedenen möglichen Ausprägungen des gemessenen Merkmals ähnliche Beziehungen bestehen, wie zwischen den Messwerten als Zahlen.

In Abhängigkeit der Beziehung zwischen Messwert und gemessenem Merkmal werden verschiedene **Skalenniveaus** definiert.

Je nach Skalenniveau sind unterschiedliche Transformationen der Messwerte und somit statistische Berechnungen (z.B. die Mittelwertbildung) ‚erlaubt‘.

Das Skalenniveau ist somit ausschlaggebend für die Auswahl der statistischen Methoden und die Art der grafischen Aufbereitung.

In der Psychologie werden vier Skalentypen unterschieden

- (1) Nominalskala
 - (2) Ordinalskala
 - (3) Intervallskala
 - (4) Verhältnisskala
- } werden auch als Kardinalskalen bezeichnet

Skalenniveaus (1)

- Nominalskala -

- Eine Nominalskala ordnet den Objekten Zahlen so zu, dass Objekte mit gleichen Merkmalsausprägungen gleiche Zahlen und Objekte mit verschiedenen Merkmalsausprägungen verschiedene Zahlen erhalten.
- Beispiel: Delinquenzbelastung
1=einfacher Diebstahl; 2=qualifizierter Diebstahl; 3=einfache KV;
4=schwere KV; 5=Sachbeschädigung; 6=BTM-Delikte; 8=sonstiges
- Interpretierbarkeit der Messwerte (Skalenwerte):
Gleichheit / Verschiedenheit
Einfacher und qualifizierter Diebstahl unterscheiden sich.
- System von einander ausschließenden, erschöpfenden und exakt definierten Kategorien
- weitere Beispiele:
Postleitzahlen, Religionszugehörigkeit, Parteipräferenz, Familienstand, Krankheitsklassifikationen

Skalenniveaus (2)

- Ordinalskala -

- Eine Ordinalskala ordnet den Objekten Zahlen so zu, dass von jeweils zwei Objekten das Objekt mit der größeren Merkmalsausprägung die größere Zahl erhält.
- Beispiel Strafbedürfnis: Wie wichtig ist Ihnen, dass der Täter bestraft wird?
1=völlig unwichtig; 2=eher unwichtig; 3=eher wichtig; 4=sehr wichtig
- Interpretierbarkeit der Messwerte (Skalenwerte):
Größer-kleiner-Relation
Rentner A hat ein höheres Strafbedürfnis als Rentnerin B
- weitere Beispiele:
Schulnoten, Rangplatzliste im Tennis

Es muss eine **schwache Ordnung** vorliegen:

1. Für zwei Objekte oder Zahlen muss entweder die Beziehung $a \leq b$ oder $a \geq b$ zutreffen. (**Konnexität**)
2. Sind x , y und z Zahlen für die gilt:
 $x \leq y$ und $y \leq z$, dann muss auch gelten $x \leq z$. (**Transitivität**)

Skalenniveaus (3)

- Intervallskala -

- Eine Intervallskala ordnet den Objekten Zahlen so zu, dass gleichen Zahlendifferenzen bei den Messwerten gleichgroße Merkmalsunterschiede von je zwei Objekten entsprechen.
- Beispiele:
Temperatur in Celsius oder Fahrenheit; Intelligenzquotient
- Interpretierbarkeit der Messwerte (Skalenwerte):
Differenzgleichheit (gleiche Abstände zwischen den Skalenpunkten)
[eine Erwärmung von 5 auf 10° C ist genauso groß wie eine von 12 auf 17° C]

Skalenniveaus (4)

- Verhältnisskala -

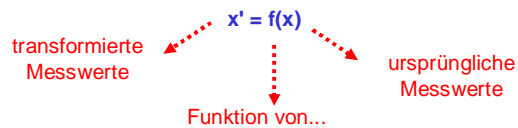
- Eine Verhältnisskala ordnet den Objekten Zahlen so zu, dass das Verhältnis zwischen je zwei Zahlen bei den Messwerten dem Verhältnis der Merkmalsausprägungen bei den jeweiligen Objekten entspricht.
- *Beispiele*
Preise, Gewicht, Größe, Anzahl begangener Delikte in einem bestimmten Zeitraum, Hautwiderstand
- Interpretierbarkeit der Messwerte (Skalenwerte):
Messwertverhältnisse (absoluter Nullpunkt)
[20 € sind doppelt so viel wie 10 €]
- Verhältnisskalen sind in den Sozialwissenschaften vor allem bei der Messung von Verhalten oder psychophysiologischen Parametern gegeben.

Skalentransformation (1)

Skalentransformation

Eine Übertragung von Messwerten von einer Skala auf eine andere heißt Skalentransformation.

Formal:



(Lies: Die transformierten Skalenwerte sind eine Funktion der ursprünglichen Skalenwerte.)

Beispiel: Temperatur in Celsius in Fahrenheit transformiert

Skalentransformation (2)

Skalentransformationen lassen sich unterscheiden in:

- ⇒ **proportionale** [$x' = b \cdot x$]
(das Verhältnis der Messwerte bleibt erhalten)
- ⇒ **lineare** [$x' = b \cdot x + a$]
(die Differenzgleichheit der Messwerte bleibt erhalten)
- ⇒ **(streng) monotone**
(die Reihenfolge der Messwerte bleibt erhalten)
Mit jeder Zunahme der x -Werte ist auch eine Zunahme der x' -Werte verbunden.
- ⇒ **eineindeutige**
(die Gleichheits- Ungleichheitsrelationen bleiben erhalten)
Ist eindeutig festgelegt welcher x' -Wert zu jedem x -Wert gehört und umgekehrt welcher x -Wert zu jedem x' -Wert gehört, nennt man eine Transformation eineindeutig oder umkehrbar eindeutig.

Skalentransformation (3)

Skalenniveau und „zulässige“ Transformationen

<u>Skalenniveau</u>	<u>Transformation</u>
Nominalskala	eineindeutig
Ordinalskala	(streng) monoton
Intervallskala	linear [$x' = b \cdot x + a$]
Verhältnisskala	proportional [$x' = b \cdot x$]

„Zulässige“ Skalentransformation

Eine Skalentransformation wird als zulässig bezeichnet, wenn das Skalenniveau der ursprünglichen Skala erhalten bleibt.

In diesem Sinne sind „unzulässige“ Skalentransformationen zwar nicht mathematisch verboten, aber mit einem Informationsverlust verbunden.

Skalentransformation (4)

- Beispiele für ‚zulässige‘ und ‚unzulässige‘ Skalentransformationen I -

Nominalskala

Merkmal: Religionszugehörigkeit

zulässig eindeutig (umkehrbar eindeutig)	
	$x \rightarrow x'$
islamisch	1-->4
hinduistisch	2-->5
katholisch	3-->1
evangelisch	4-->2
keine	5-->0
jüdisch	6-->3

bedingt zulässig „nur“ eindeutig	
	$x \rightarrow x'$
Islamisch	1-->2
hinduistisch	2-->2
Katholisch	3-->1
evangelisch	4-->1
keine	5-->0
jüdisch	6-->2

Bei „nur“ eindeutigen Transformationen bleibt zwar eine Nominalskala erhalten, aber u.U. ändert sich der Charakter des gemessenen Merkmals.

Skalentransformation (5)

- Beispiele für ‚zulässige‘ und ‚unzulässige‘ Skalentransformationen II -

Ordinalskala

Merkmal: Wie oft haben Sie im letzten Jahr Kokain konsumiert?

zulässig streng monoton	
	$x \rightarrow x'$
nie	1 → 0
weniger als 1mal/Monat	2 → 1
1-3mal/Monat	3 → 12
1 mal/Woche	4 → 52
2-6mal/Wo.	5 → 200
täglich	6 → 360

bedingt zulässig monoton	
	$x \rightarrow x'$
nie	1 → 1
weniger als 1mal/Monat	2 → 2
1-3mal/Monat	3 → 2
1 mal/Woche	4 → 3
2-6mal/Wo.	5 → 3
täglich	6 → 4

Bei monotonen, aber nicht streng monotonen Transformationen bleibt die Rangfolge $a \geq b$ nur in der Transformationsrichtung $x \rightarrow x'$, nicht aber umgekehrt von $x' \rightarrow x$ bestehen.

Skalentransformation (6)

- Beispiele für ‚zulässige‘ und ‚unzulässige‘ Skalentransformationen III -

Ordinalskala

Merkmal: Selbsteinschätzung auf einer politischen Links-Rechts-Skala

nicht zulässig nicht-monoton	
	$x \rightarrow x'$
ultra links	-3 → 9
links	-2 → 4
etwas links der Mitte	-1 → 1
genau Mitte	0 → 0
etwas rechts der Mitte	1 → 1
rechts	2 → 4
ultra rechts	3 → 9

Skalentransformation (7)

- Beispiele für ‚zulässige‘ und ‚unzulässige‘ Skalentransformationen IV -

Intervallskala

Merkmal: Körpertemperatur

zulässig linear ($x' = b \cdot x + a$)		nicht zulässig nicht-linear	
x	$\rightarrow x'$	x	$\rightarrow x'$
C°	$\rightarrow F^\circ$		
35	$\rightarrow 95$	35 C°	$\rightarrow 1$
36	$\rightarrow 96.8$	36 C°	$\rightarrow 1$
37	$\rightarrow 98.6$	37 C°	$\rightarrow 2$
38	$\rightarrow 100.4$	38 C°	$\rightarrow 2$
39	$\rightarrow 102.2$	39 C°	$\rightarrow 3$
40	$\rightarrow 104$	40 C°	$\rightarrow 3$

$$x' = 1.8 \cdot x + 32$$

Skalentransformation (8)

- Beispiele für ‚zulässige‘ und ‚unzulässige‘ Skalentransformationen VI -

Verhältnisskala

Merkmal: Körpergewicht

zulässig proportional ($x' = a \cdot x$)		nicht zulässig nicht-proportional	
x	→ x'	x	→ x'
kg	→ g	z.B. Errechnung des Body-Mass-Index (BMI) nach der Formel:	
55	→ 55000	BMI = $\frac{\text{Körpergewicht in kg}}{(\text{Grösse in m})^2}$	
60	→ 60000		
65	→ 65000		

$$x' = 1000 \cdot x$$

Skalentransformation (9)

- Beispiele für ‚zulässige‘ und ‚unzulässige‘ Skalentransformationen V -

Umpolung einer Skala (hier: Intervallskala)

Eine Transformation, bei der der wesentliche Aussagegehalt einer Skala erhalten bleibt, bei der aber aus hohen Messwerten niedrige werden und umgekehrt, nennt man auch eine Umpolung der Skala.

Merkmal: Einschätzung, nicht mehr rückfällig zu werden

x	1	2	3	4	5	
sehr optimistisch	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	sehr pessimistisch
x'	5	4	3	2	1	

Transformationsgleichung: $x' = (-1) \cdot x + 6$

Umpolung bei **Ordinalskalen**: (streng) monoton fallende Transformation

Umpolung bei **Verhältnisskalen**: $x' = c/x$

Zusammenfassung Skalenniveaus (1)

Vergleich der Skalenniveaus

Skalenniveau	Mögliche Aussagen	zulässige Transformationen	Beziehung zwischen Messwert und gemessenem Merkmal
Nominalskala (Kategorialskala)	Gleichheit/ Verschiedenheit	(ein)eindeutig	eineindeutig
Ordinalskala (Rangskala)	größer-kleiner-Relationen	(streng) monoton steigend	streng monoton
Intervallskala	Gleichheit von Differenzen	linear $x' = b \cdot x + a$	linear
Verhältnisskala	Gleichheit von Verhältnissen	proportional $x' = b \cdot x$	proportional

Zusammenfassung Skalenniveaus (2)

Skalenniveaus und Merkmale

Skala					
Typ	Kategorial		Kardinal		
Name	Nominal-	Ordinal- [?]	Intervall-	Verhältnis-	Absolut
Operation	= ≠	= > <	= ≠ > < + -	= ≠ > < + - / ·	
Beispiel	Geschlecht	Schulnote	°Celsius	Zeit	Anzahl
Merkmal					
Art	qualitativ		quantitativ		
Skalierung	nominal	ordinal [?]	kardinal/metrisch		
	Kategorie		Wert		
	Begriff	Intensität	stetig/ künstlich diskret/ natürlich diskret		
Beispiel	männlich	gut	20.2°	113.02 S	25

Merke: Ordinalskalen können auch als quantitative Skalen eingestuft werden!!! Dies ist eine Frage der Definition.